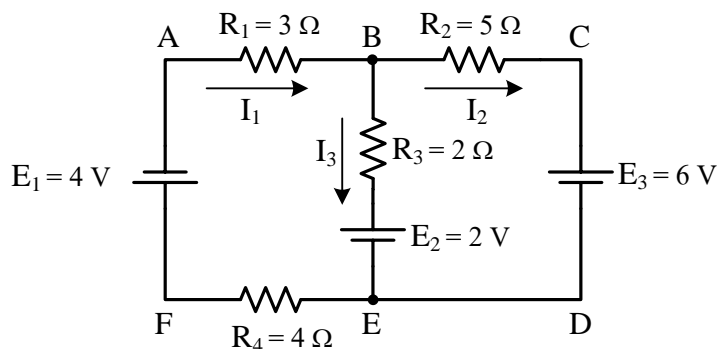


แบบทดสอบก่อนเรียน
หน่วยที่ 10 กฎของเคอร์ชอฟฟ์

- คำชี้แจง**
1. แบบทดสอบชุดนี้มีทั้งหมด 14 ข้อ
 2. ให้ทำเครื่องหมายกากบาท (X) ทับข้อที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว
 3. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 20 นาที

1. ข้อใดคือกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์
 - ก. ผลรวมทางพีชคณิตของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าและไหลออกมีค่าเท่ากับศูนย์
 - ข. ผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าไม่เท่ากับผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลออก
 - ค. ผลรวมทางพีชคณิตของกระแสไฟฟ้าทั้งหมดเท่ากับกระแสไฟฟ้ารวม
 - ง. ไม่มีข้อถูก
2. ข้อใดคือกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์
 - ก. ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวจะเท่ากับแรงดันไฟฟ้าที่แหล่งจ่าย
 - ข. ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้ามีค่าไม่เท่ากับศูนย์
 - ค. ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าทั้งหมดเท่ากับแหล่งจ่าย
 - ง. ไม่มีข้อถูก

จากวงจรในรูปที่ ก-10.1 ใช้ตอบคำถามข้อ 3-10



รูปที่ ก-10.1 สำหรับตอบคำถามข้อที่ 3-10

3. ข้อใดคือสมการกระแสไฟฟ้าตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์

ก. $I_3 = I_1 + I_2$

ข. $I_3 = I_1 - I_2$

ค. $I_3 = -I_1 + I_2$

ง. $I_3 = I_2 - I_1$

4. สมการแรงดันไฟฟ้าตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ในลูป ABEFA คือข้อใด

ก. $9I_1 + 2I_2 = -6$

ข. $9I_1 + 2I_2 = 6$

ค. $9I_1 - 2I_2 = -6$

ง. $9I_1 - 2I_2 = 6$

5. สมการแรงดันไฟฟ้าตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ในลูป BCDEB คือข้อใด

ก. $2I_1 + 7I_2 = 8$

ข. $2I_1 + 7I_2 = -4$

ค. $-2I_1 + 7I_2 = 8$

ง. $-2I_1 + 7I_2 = -4$

6. แก้สมการหาค่า I_1 ได้เท่าใด

ก. -0.96 A

ข. -0.92 A

ค. -0.88 A

ง. -0.85 A

7. แก้สมการหาค่า I_2 ได้เท่าใด

ก. -1.22 A

ข. -0.94 A

ค. -0.81 A

ง. -0.62 A

8. แก้สมการหาค่า I_3 ได้เท่าใด

ก. -0.16 A

ข. -0.12 A

ค. -0.08 A

ง. -0.04 A

9. แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทาน R_3 คือข้อใด

ก. -1.70 V

ข. -1.62 V

ค. -0.08 V

ง. -0.06 V

10. แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทาน R_4 คือข้อใด

ก. -3.40 V

ข. -3.24 V

ค. -0.24 V

ง. -0.16 V

หน่วยที่ 10

กฎของเคอร์ชอฟฟ์

สาระการเรียนรู้

- 10.1 กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์
- 10.2 กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์
- 10.3 การเขียนสมการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าโดยใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์
- 10.4 การแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าโดยใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์

จุดประสงค์การสอน

จุดประสงค์ทั่วไป

เพื่อให้แก่นักเรียนมีความรู้ และเข้าใจการใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์ในการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้า

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกกฎกระแสและแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ได้
2. แก้สมการหาค่ากระแสและแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ได้

กฎของเคอร์ชอฟฟ์

บทนำ

ในวงจรไฟฟ้าที่มีความยุ่งยาก ซับซ้อน มีแหล่งจ่ายแรงดันหลายตัว และมีหลายสาขา ซึ่งวงจรลักษณะนี้ไม่สามารถใช้กฎของโอห์มแก้ปัญหาได้ นักวิทยาศาสตร์ชื่อ กุสตาฟ โรเบิร์ต เคอร์ชอฟฟ์ จึงได้คิดวิธีแก้ปัญหาทางวงจรไฟฟ้าเหล่านี้ เรียกว่า กฎของเคอร์ชอฟฟ์ โดยแบ่งเป็น 2 ข้อ คือ กฎกระแสไฟฟ้าและกฎแรงดันไฟฟ้า

10.1 กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Current Law : KCL)

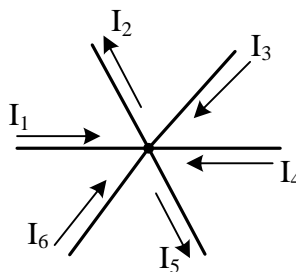
กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ กล่าวว่า “ณ จุดใด ๆ ในวงจรไฟฟ้า ผลรวมทางพีชคณิตของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าและไหลออกมีค่าเท่ากับศูนย์” หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า “ณ จุดใด ๆ ในวงจรไฟฟ้า ผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าจะเท่ากับผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลออก” ดังสมการที่ 9-1 และ 9-2

จากผลรวมทางพีชคณิตของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าและไหลออกเท่ากับศูนย์ เขียนเป็นสมการได้

$$\sum I = 0 \quad (10-1)$$

หรือ ผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าจุดเท่ากับผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลออกจากจุด เขียนเป็นสมการได้

$$\sum I_{in} = \sum I_{out} \quad (10-2)$$



รูปที่ 9.1 แสดงกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าและไหลออกตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์

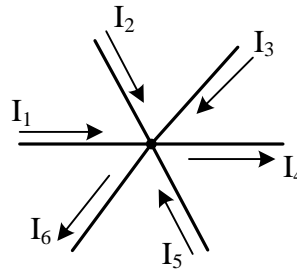
จากรูปที่ 9.1 กระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าคือ I_1, I_3, I_4, I_6 และกระแสไฟฟ้าที่ไหลออกคือ I_2, I_5 เขียนสมการกระแสได้ดังนี้

$$I_1 + I_3 + I_4 + I_6 = I_2 + I_5 \quad (10-3)$$

หรือ $I_1 + I_3 + I_4 + I_6 - I_2 - I_5 = 0 \quad (10-4)$

หรือ $I_1 + I_3 + I_4 + I_6 - (I_2 + I_5) = 0 \quad (10-5)$

ตัวอย่างที่ 9.1 จากรูปที่ 9.2 กำหนดให้ $I_1 = 3A, I_2 = 1A, I_3 = 5A, I_5 = 4A, I_6 = 6A$ จงหากระแสไฟฟ้า I_4



รูปที่ 9.2 ทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าตามตัวอย่างที่ 10.1

วิธีทำ

จาก $\sum I_{in} = \sum I_{out}$

จะได้ $I_1 + I_2 + I_3 + I_5 = I_4 + I_6$

$$I_4 = I_1 + I_2 + I_3 + I_5 - I_6$$

ดังนั้น $I_4 = 3 + 1 + 5 + 4 - 6 = 7A$ ตอบ

10.2 กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Voltage Law : KVL)

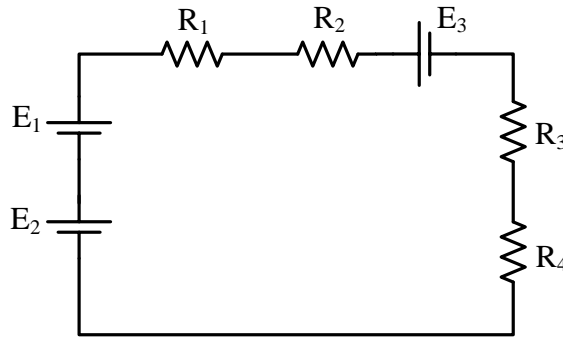
กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ กล่าวว่า “ในวงจรไฟฟ้าปิดใด ๆ ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้ามามีค่าเท่ากับศูนย์” หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า “ในวงจรไฟฟ้าปิดใด ๆ ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวจะเท่ากับแรงดันที่แหล่งจ่าย” ดังสมการที่ (10-6) และ (9-7)

จากผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าเท่ากับศูนย์ เขียนเป็นสมการได้

$$\sum E = 0 \quad (10-6)$$

หรือ ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวเท่ากับแรงดันไฟฟ้าที่แหล่งจ่าย เขียนเป็นสมการได้

$$\sum V_R = \sum E \quad (10-7)$$



รูปที่ 10.3 แสดงแรงดันไฟฟ้าตามกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์

จากวงจรไฟฟ้าในรูปที่ 10.3 แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทาน คือ V_{R_1} , V_{R_2} , V_{R_3} และ V_{R_4} แรงดันไฟฟ้าที่แหล่งจ่ายคือ E_1 , E_2 และ E_3 เขียนสมการแรงดันไฟฟ้าได้ดังนี้

$$V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3} + V_{R_4} = E_1 + E_2 - E_3 \quad (10-8)$$

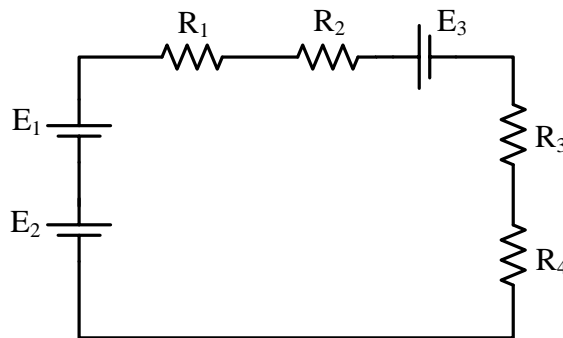
หรือ

$$V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3} + V_{R_4} - E_1 - E_2 + E_3 = 0 \quad (10-9)$$

หรือ

$$V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3} + V_{R_4} + E_3 - (E_1 + E_2) = 0 \quad (10-10)$$

ตัวอย่างที่ 10.2 จากวงจรไฟฟ้าในรูปที่ 10.4 กำหนดให้ $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 5 \text{ V}$, $E_3 = 3 \text{ V}$, $V_{R_2} = 4 \text{ V}$, $V_{R_3} = 3 \text{ V}$, $V_{R_4} = 2 \text{ V}$ จงหาแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อม R_1



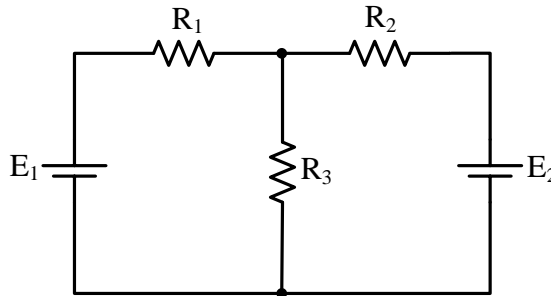
รูปที่ 10.4 วงจรไฟฟ้าตามตัวอย่างที่ 9.2

วิธีทำ

จาก $\sum V_R = \sum E$
 $V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3} + V_{R_4} = E_1 + E_2 - E_3$
 จะได้ $V_{R_1} = E_1 + E_2 - E_3 - V_{R_2} - V_{R_3} - V_{R_4}$
 ดังนั้น $V_{R_1} = 10 + 5 - 3 - 4 - 3 - 2 = 3 \text{ V}$ ตอบ

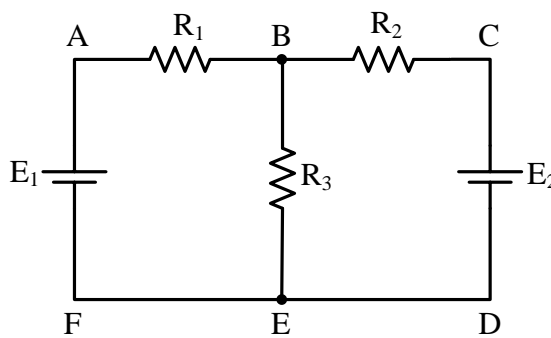
10.3 การเขียนสมการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าโดยใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์

ในการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าในรูปที่ 10.5 โดยใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์ มีขั้นตอนดังนี้



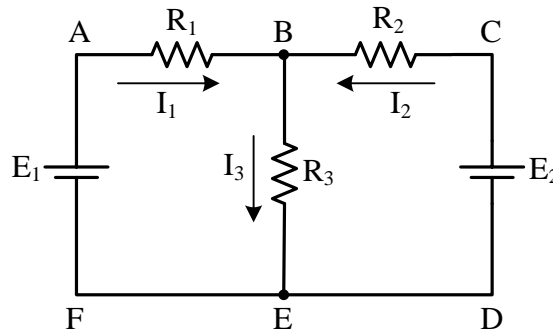
รูปที่ 10.5 วงจรไฟฟ้า

10.3.1 ตั้งชื่อลูป (Loop) หรือวงรอบ ดังรูปที่ 10.6 ซึ่งวงจรนี้มี 2 ลูป คือ ลูป ABEFA และลูป BCDEB



รูปที่ 10.6 แสดงการตั้งชื่อลูป

10.3.2 กำหนดทิศทางกระแสไหลของกระแสไฟฟ้าในแต่ละสาขาของวงจร โดยกำหนดให้กระแสไฟฟ้าไหลเข้าจุดหรือไหลออกจากจุดก็ได้ ดังรูปที่ 10.7



รูปที่ 10.7 แสดงการกำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้า

10.3.3 เขียนสมการกระแสไฟฟ้าตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ที่กล่าวว่า ผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าจุดเท่ากับผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลออกจากจุด

จะได้
$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (10-11)$$

10.3.4 เขียนสมการแรงดันไฟฟ้าตามกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ที่กล่าวว่า ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวเท่ากับแรงดันไฟฟ้าที่แหล่งจ่าย โดยพิจารณาทีละลูป ในส่วนของการใส่เครื่องหมายหน้าแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานมีวิธีการพิจารณาคือ หากพิจารณาลูปไปในทางเดียวกันกับทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้า จะได้เครื่องหมายหน้าแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานเป็นบวก และหากพิจารณาลูปไปในทางสวนกับทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้า จะได้เครื่องหมายหน้าแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานเป็นลบ ในส่วนของการใส่เครื่องหมายหน้าแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้ามีวิธีการพิจารณาคือ หากพิจารณาแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าจากขั้วลบไปขั้วบวกได้เครื่องหมายบวก และหากพิจารณาแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าจากขั้วบวกไปขั้วลบได้เครื่องหมายลบ จากรูปที่ 10.7 เขียนสมการแรงดันไฟฟ้าได้ดังนี้

พิจารณาลูป ABEFA (ทางเดียวกับทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้า I_1 และ I_3) จะได้

$$V_{R_1} + V_{R_3} = E_1$$

จากกฎของโอห์ม $E = IR$ โดยกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_1 คือ I_1 และกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_3 คือ I_3 จะได้

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1 \quad (10-12)$$

แทนสมการที่ (10-11) ลงใน สมการที่ (10-12) จะได้

$$I_1 R_1 + (I_1 + I_2) R_3 = E_1$$

$$I_1 R_1 + I_1 R_3 + I_2 R_3 = E_1$$

$$I_1(R_1 + R_3) + I_2R_3 = E_1 \quad (10-13)$$

พิจารณาลูป CBEDC (ทางเดียวกับทิศทางกระแสไฟฟ้า I_2 และ I_3) จะได้

$$V_{R_2} + V_{R_3} = E_2$$

จากกฎของโอห์ม $E = IR$ โดยกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_2 คือ I_2 และกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_3 คือ I_3 จะได้

$$I_2R_2 + I_3R_3 = E_2 \quad (10-14)$$

แทนสมการที่ (9-11) ลงใน สมการที่ (9-14) จะได้

$$I_2R_2 + (I_1 + I_2)R_3 = E_2$$

$$I_2R_2 + I_1R_3 + I_2R_3 = E_2$$

$$I_1R_3 + I_2(R_2 + R_3) = E_2 \quad (10-15)$$

หากลองเขียนสมการแรงดันไฟฟ้าในลูปที่ 2 ใหม่ โดยจะพิจารณาสวนทางกับทิศทางของกระแสไฟฟ้า I_2 และ I_3 ดังนี้

พิจารณาลูป BCDEB จะได้

$$-V_{R_2} - V_{R_3} = -E_2$$

$$-I_2R_2 - I_3R_3 = -E_2 \quad (10-16)$$

แทนสมการที่ (9-11) ลงใน สมการที่ (9-16) จะได้

$$-I_2R_2 - (I_1 + I_2)R_3 = -E_2$$

$$-I_2R_2 - I_1R_3 - I_2R_3 = -E_2$$

$$-I_1R_3 - I_2(R_2 + R_3) = -E_2 \quad (10-17)$$

เมื่อเปรียบเทียบสมการที่ (10-15) กับสมการที่ (10-17) จะเห็นว่าสมการเหมือนกัน แต่ต่างกันที่เครื่องหมาย

10.3.5 นำสมการที่ (10-13) และสมการที่ (10-15) ไปแก้สมการ เพื่อหาค่ากระแสไฟฟ้า I_1 และ I_2 หากค่ากระแสไฟฟ้าที่คำนวณได้มีค่าเป็นลบ แสดงว่าทิศทางกระแสไฟฟ้าที่แท้จริงตรงข้ามกับทิศทางของกระแสที่กำหนดไว้ สมการเชิงเส้น 2 ตัวแปรมีรูปแบบดังนี้

$$aI_1 + bI_2 = j \quad (10-18)$$

$$cI_1 + dI_2 = k \quad (10-19)$$

โดย a, b, c, d, j และ k เป็นค่าคงที่

I_1 และ I_2 เป็น ตัวแปร
การแก้สมการเพื่อหาค่าตัวแปรที่มีวิธีการดังนี้

วิธีที่ 1

ให้จัดระบบสมการให้เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยนำสมการทั้งสองมาบวกหรือลบกัน เพื่อกำจัดตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งให้หมดไปก่อน หากไม่สามารถบวกหรือลบเพื่อกำจัดตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งได้ ให้นำค่าคงที่มากคูณตลอดในสมการใดสมการหนึ่ง หรือในบางครั้งอาจต้องนำค่าคงที่ที่ต่างกันมากคูณตลอดทั้งสองสมการ เมื่อกำจัดตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งได้แล้ว ให้แก้สมการหาค่าตัวแปรจากสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แล้วนำค่าตัวแปรที่ได้ไปแทนค่าในสมการใดสมการหนึ่งที่เหมาะสมเพื่อหาค่าตัวแปรอีกตัวหนึ่ง ดังตัวอย่างที่ 10.3

ตัวอย่างที่ 10.3 จงแก้สมการ หาค่า I_1 และ I_2

$$2I_1 + 3I_2 = -5$$

$$3I_1 - 6I_2 = 4$$

วิธีทำ

$$2I_1 + 3I_2 = -5 \quad (1)$$

$$3I_1 - 6I_2 = 4 \quad (2)$$

นำ $2 \times (1)$ จะได้

$$4I_1 + 6I_2 = -10 \quad (3)$$

นำ $(3) + (2)$ จะได้

$$7I_1 = -6$$

ดังนั้น

$$I_1 = \frac{-6}{7} = -0.857 \quad \text{ตอบ}$$

นำค่า I_1 แทนในสมการ (1) จะได้

$$2 \times (-0.857) + 3I_2 = -5$$

$$-1.714 + 3I_2 = -5$$

$$3I_2 = -5 + 1.714$$

$$I_2 = \frac{-3.286}{3} = -1.095 \quad \text{ตอบ}$$

ตรวจคำตอบ โดยแทนค่าของ I_1 และ I_2 ลงในสมการ (1) จะได้

$$2(-0.857) + 3(-1.095) = -5$$

$$-1.714 - 3.285 = -5$$

$$-4.999 = -5$$

จากการแทนค่า I_1 และ I_2 ลงในสมการ (1) แล้ว ค่าของสมการด้านซ้ายมือได้ -4.999 หรือโดยประมาณ -5 นั่นเอง สมการทั้ง 2 ข้างจึงมีค่าเท่ากัน แสดงว่าค่าของ I_1 และ I_2 ที่หาได้นั้นถูกต้อง

วิธีที่ 2

การแก้สมการหลายตัวแปรด้วยดีเทอร์มิแนนต์ ทำได้ง่ายและรวดเร็ว จากรูปแบบของสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร ดังสมการที่ (9-20) และ (9-21)

$$aI_1 + bI_2 = j \quad (10-20)$$

$$cI_1 + dI_2 = k \quad (10-21)$$

โดย a, b, c, d, j และ k เป็นค่าคงที่

I_1 และ I_2 เป็น ตัวแปร

การแก้สมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร ด้วยดีเทอร์มิแนนต์ที่มีวิธีการดังนี้ จัดสมการที่ (9-20) และ (9-21) ให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j \\ k \end{bmatrix}$$

นำสัมประสิทธิ์เมตริกซ์มาเขียนในรูปดีเทอร์มิแนนต์ แล้วหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ ใช้สัญลักษณ์ Δ มีรูปแบบดังนี้

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$\text{จะได้ } \Delta = ad - cb$$

โดย คุณลงได้เครื่องหมายเป็นบวก และคุณขึ้นได้เครื่องหมายเป็นลบ

หาดีเทอร์มิแนนต์ Δ_1 โดยนำค่าคงที่ j และ k แทนลงในคอลัมน์แรกของ Δ จะได้

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} j & b \\ k & d \end{vmatrix}$$

จะได้ $\Delta_1 = jd - kb$

หาดีเทอร์มิแนนต์ Δ_2 โดยนำค่าคงที่ j และ k แทนลงในคอลัมน์ที่สองของ Δ จะได้

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a & j \\ c & k \end{vmatrix}$$

จะได้ $\Delta_2 = ak - cj$

หาค่า I_1 และ I_2 ได้จาก

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

ตัวอย่างที่ 10.4 จงแก้สมการ หาค่า I_1 และ I_2

$$2I_1 + 3I_2 = -5$$

$$3I_1 - 6I_2 = 4$$

วิธีทำ

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = (2 \times (-6)) - (3 \times 3) = -12 - 9 = -21$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -5 & 3 \\ 4 & -6 \end{vmatrix} = ((-5) \times (-6)) - (4 \times 3) = 30 - 12 = 18$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = (2 \times 4) - (3 \times (-5)) = 8 + 15 = 23$$

ดังนั้น $I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{18}{-21} = -0.857$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{23}{-21} = -1.095$$

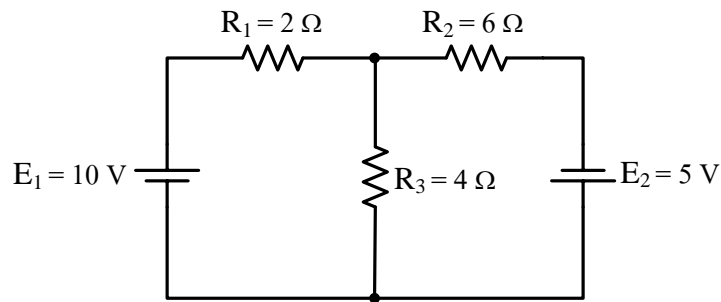
ตอบ

การแก้สมการเชิงเส้น 2 ตัวแปรเพื่อหาค่ากระแสไฟฟ้า I_1 และ I_2 ในบทนี้จะใช้วิธีที่ 2 คือ การแก้สมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร ด้วยดีเทอร์มิแนนท์

9.4 การแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าโดยใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์

จากหลักการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าในหัวข้อที่ผ่านมา สามารถนำมาแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้างตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 10.5 จากวงจรในรูปที่ 9.8 จงหากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานทุกตัว

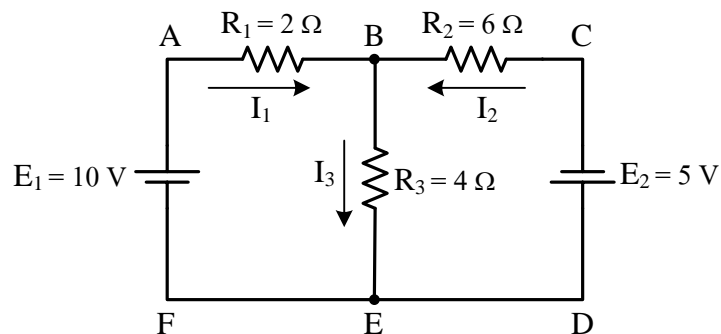


รูปที่ 10.8 แสดงวงจรไฟฟ้าตามตัวอย่างที่ 9.5

วิธีทำ

ตั้งชื่อลูป และกำหนดทิศทางกระแสไหลของกระแสไฟฟ้าในแต่ละสาขาของวงจร ดังรูปที่

10.9



รูปที่ 10.9 แสดงการตั้งชื่อลูป และกำหนดทิศทางกระแสไหลของกระแสไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้าตามตัวอย่างที่ 10.5

เขียนสมการกระแสตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้

$$I_3 = I_1 + I_2 \quad (1)$$

เขียนสมการแรงดันตามกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์

พิจารณา ลูป ABEFA จะได้

$$\begin{aligned} I_1 R_1 + I_3 R_3 &= E_1 \\ 2I_1 + 4I_3 &= 10 \end{aligned} \quad (2)$$

แทนสมการที่(1) ลงใน สมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned} 2I_1 + 4(I_1 + I_2) &= 10 \\ 2I_1 + 4I_1 + 4I_2 &= 10 \\ 6I_1 + 4I_2 &= 10 \end{aligned} \quad (3)$$

พิจารณา ลูป CBEDC จะได้

$$\begin{aligned} I_2 R_2 + I_3 R_3 &= -E_2 \\ 6I_2 + 4I_3 &= -5 \end{aligned} \quad (4)$$

แทนสมการที่(1) ลงใน สมการที่ (4) จะได้

$$\begin{aligned} 6I_2 + 4(I_1 + I_2) &= -5 \\ 4I_1 + 10I_2 &= -5 \end{aligned} \quad (5)$$

นำสมการที่ (3) และสมการที่ (5) มาแก้สมการด้วยดีเทอร์มิแนนต์

$$\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 10 \end{vmatrix} = (6 \times 10) - (4 \times 4) = 60 - 16 = 44$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & 4 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = (10 \times 10) - ((-5) \times 4) = 100 + 20 = 120$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 6 & 10 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = (6 \times (-5)) - (4 \times 10) = -30 - 40 = -70$$

ดังนั้น $I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{120}{44} = 2.73 \text{ A}$

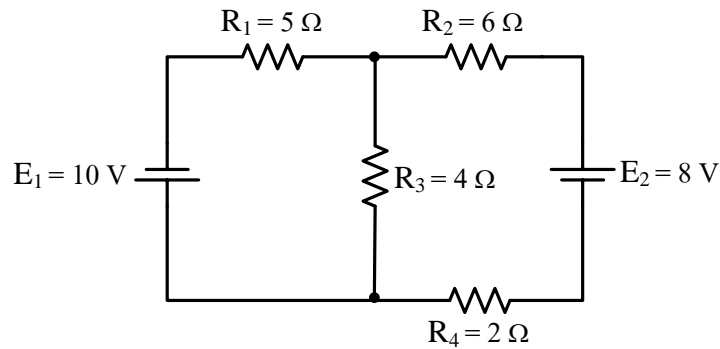
$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-70}{44} = -1.59 \text{ A}$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = 2.73 + (-1.59) = 1.14 \text{ A}$$

ตอบ

ค่า I_2 ได้ค่าเป็นลบ แสดงว่าทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าที่แท้จริงตรงข้ามกับทิศทางของกระแสไฟฟ้าที่กำหนดไว้

ตัวอย่างที่ 10.6 จากวงจรในรูปที่ 9.10 จงหากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานทุกตัว

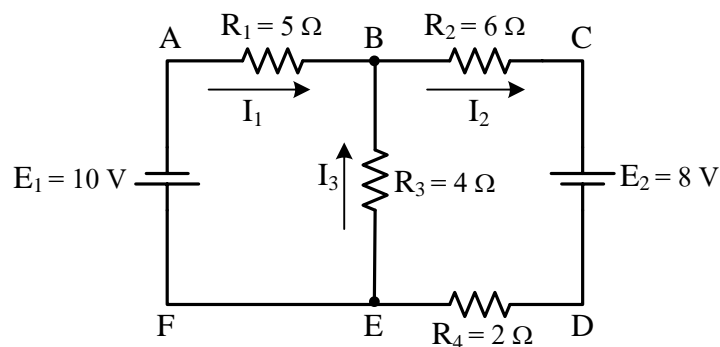


รูปที่ 10.10 แสดงวงจรไฟฟ้าตามตัวอย่างที่ 10.6

วิธีทำ

ตั้งชื่อจุด และกำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าในแต่ละสาขาของวงจร ดังรูปที่

10.10



รูปที่ 10.11 แสดงการตั้งชื่อจุด และกำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้าตามตัวอย่างที่ 10.6

เขียนสมการกระแสตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้

$$\begin{aligned} I_1 + I_3 &= I_2 \\ I_3 &= I_2 - I_1 \end{aligned} \quad (1)$$

เขียนสมการแรงดันตามกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์

พิจารณาloop ABEFA จะได้

$$\begin{aligned} I_1 R_1 - I_3 R_3 &= -E_1 \\ 5I_1 - 4I_3 &= -10 \end{aligned} \quad (2)$$

แทนสมการที่(1) ลงใน สมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned} 5I_1 - 4(I_2 - I_1) &= -10 \\ 5I_1 - 4I_2 + 4I_1 &= -10 \\ 9I_1 - 4I_2 &= -10 \end{aligned} \quad (3)$$

พิจารณาloop BCDEB จะได้

$$\begin{aligned} I_2 R_2 + I_2 R_4 + I_3 R_3 &= -E_2 \\ 6I_2 + 2I_2 + 4I_3 &= -8 \end{aligned} \quad (4)$$

แทนสมการที่(1) ลงใน สมการที่ (4) จะได้

$$\begin{aligned} 6I_2 + 2I_2 + 4(I_2 - I_1) &= -8 \\ 6I_2 + 2I_2 + 4I_2 - 4I_1 &= -8 \\ -4I_1 + 12I_2 &= -8 \end{aligned} \quad (5)$$

นำสมการที่ (3) และสมการที่ (5) มาแก้สมการด้วยดีเทอร์มิแนนท์

$$\begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -4 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ -8 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 9 & -4 \\ -4 & 12 \end{vmatrix} = (9 \times 12) - ((-4) \times (-4)) = 108 - 16 = 92$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -10 & -4 \\ -8 & 12 \end{vmatrix} = (-10 \times 12) - ((-8) \times (-4)) = -120 - 32 = -152$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 9 & -10 \\ -4 & -8 \end{vmatrix} = (9 \times (-8)) - ((-4) \times (-10)) = -72 - 40 = -112$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-152}{92} = -1.65 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-112}{92} = -1.22 \text{ A}$$

$$I_3 = I_2 - I_1 = -1.22 - (-1.65) = 0.43 \text{ A}$$

ดังนั้น กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน $R_1 = I_1 = -1.65 \text{ A}$

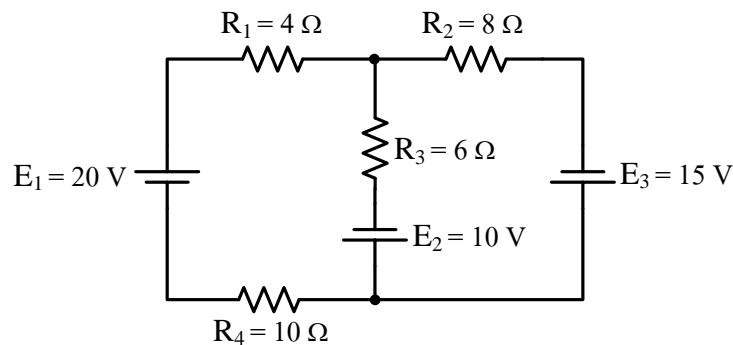
กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_2 และ $R_4 = I_2 = -1.22 \text{ A}$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน $R_3 = I_3 = 0.43 \text{ A}$

ตอบ

กระแสไฟฟ้า I_1 และ I_2 ได้ค่าเป็นลบ แสดงว่าทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าที่แท้จริงตรงข้ามกับทิศทางของกระแสไฟฟ้าที่กำหนดไว้

ตัวอย่างที่ 10.7 จากวงจรในรูปที่ 10.12 จงหากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานทุกตัว และแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานทุกตัว

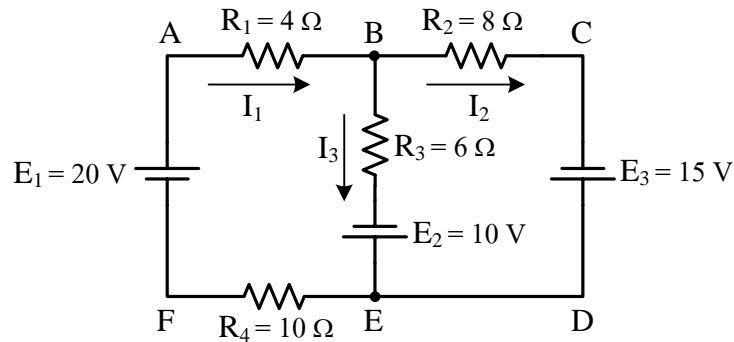


รูปที่ 10.12 แสดงวงจรไฟฟ้าตามตัวอย่างที่ 10.7

วิธีทำ

ตั้งชื่อลูป และกำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าในแต่ละสาขาของวงจร ดังรูปที่

10.13



รูปที่ 10.13 แสดงการตั้งชื่อลูป และกำหนดทิศทางกระแสไหลของกระแสไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้าตามตัวอย่างที่ 10.7

เขียนสมการกระแสไฟฟ้าตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้

$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 + I_3 \\ I_3 &= I_1 - I_2 \end{aligned} \tag{1}$$

เขียนสมการแรงดันไฟฟ้าตามกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์

พิจารณาลูป ABEFA จะได้

$$\begin{aligned} I_1 R_1 + I_3 R_3 + I_1 R_4 &= E_2 + E_1 \\ 4I_1 + 6I_3 + 10I_1 &= 10 + 20 \end{aligned} \tag{2}$$

แทนสมการที่(1) ลงใน สมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned} 4I_1 + 6(I_1 - I_2) + 10I_1 &= 30 \\ 4I_1 + 6I_1 - 6I_2 + 10I_1 &= 30 \\ 20I_1 - 6I_2 &= 30 \end{aligned} \tag{3}$$

พิจารณาลูป BCDEB จะได้

$$\begin{aligned} I_2 R_2 - I_3 R_3 &= E_3 - E_2 \\ 8I_2 - 6I_3 &= 15 - 10 \end{aligned} \tag{4}$$

แทนสมการที่(1) ลงใน สมการที่ (4) จะได้

$$\begin{aligned} 8I_2 - 6(I_1 - I_2) &= 5 \\ 8I_2 - 6I_1 + 6I_2 &= 5 \\ -6I_1 + 14I_2 &= 5 \end{aligned} \tag{5}$$

นำสมการที่ (3) และสมการที่ (5) มาแก้สมการด้วยดีเทอร์มิแนนท์

$$\begin{bmatrix} 20 & -6 \\ -6 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 20 & -6 \\ -6 & 14 \end{vmatrix} = (20 \times 14) - ((-6) \times (-6)) = 280 - 36 = 244$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 30 & -6 \\ 5 & 14 \end{vmatrix} = (30 \times 14) - (5 \times (-6)) = 420 + 30 = 450$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 20 & 30 \\ -6 & 5 \end{vmatrix} = (20 \times 5) - ((-6) \times 30) = 100 + 180 = 280$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{450}{244} = 1.84 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{280}{244} = 1.15 \text{ A}$$

$$I_3 = I_1 - I_2 = 1.84 - 1.15 = 0.69 \text{ A}$$

ดังนั้น กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_1 และ $R_4 = I_1 = 1.84 \text{ A}$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน $R_2 = I_2 = 1.15 \text{ A}$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน $R_3 = I_3 = 0.69 \text{ A}$

ตอบ

สรุป

กฎของเคอร์ชอฟฟ์ใช้สำหรับแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าที่ค่อนข้างยุ่งยากและซับซ้อน กฎของเคอร์ชอฟฟ์มีกฎที่สำคัญสองกฎ คือ กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ และกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์กล่าวว่า ณ จุดใด ๆ ในวงจรไฟฟ้า ผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าจะเท่ากับผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลออก กฎแรงดันไฟฟ้ากล่าวว่า ในวงจรไฟฟ้าปิดใด ๆ ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวจะเท่ากับแรงดันไฟฟ้าที่แหล่งจ่าย นำทฤษฎีทั้งสองไปใช้ในการเขียนสมการโดยพิจารณาทีละลูป แล้วใช้ดีเทอร์มิแนนท์แก้สมการ ซึ่งทำได้สะดวกและรวดเร็ว

บรรณานุกรม

บรรจง จันทมาศ. **ทฤษฎีวงจรไฟฟ้ากระแสตรง**. พิมพ์ครั้งที่ 12. กรุงเทพฯ :

บริษัท ส.เอเชียเพรส จำกัด, 2543.

มงคล ทองสงคราม. **ทฤษฎีวงจรไฟฟ้า 1**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : ห้างหุ้นส่วนจำกัด วิ.เจ พรีเมียมดีง
, 2540.

ไมตรี วรวิจิตรรยากุล. **ทฤษฎีวงจรไฟฟ้าเล่ม 2 (ฉบับปรับปรุงใหม่)**. พิมพ์ครั้งที่ 2. ฉะเชิงเทรา :

ศูนย์การพิมพ์พลชัย, 2538.

สุธน แก่นตัน. **ปฏิบัติวงจรไฟฟ้ากระแสตรง เล่ม 2**. กรุงเทพฯ : ฟิสิกส์เซ็นเตอร์, มปป.

อดุลย์ กัลยาแก้วและคณะ. **วงจรไฟฟ้า 1 (วงจรไฟฟ้ากระแสตรง)**. กรุงเทพฯ : ศูนย์ส่งเสริมอาชีพ,
2546.

Charles K. Alexander, Matthew N.O. Sadiku. **Fundamentals of Electric Circuits**.

Second Edition. Singapore : McGraw-Hill, 2004.

Thomas L. Floyd. **Principles of Electric Circuits Conventional Current** .Seventh Edition.

New Jersey : Prentice-Hall, 2003.

Tony R. Kuphaldt. **Lessons In Electric Circuits, Volume I-DC**. [online]. Available from :

<http://www.openbookproject.net//electricCircuits/DC/DC.pdf> (10 Mar 2009).

แบบฝึกหัด

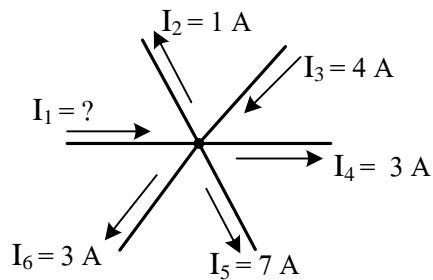
หน่วยที่ 10 กฎของเคอร์ชอฟฟ์

ตอนที่ 1 จงเติมคำในช่องว่างหรือให้ความหมายของคำต่อไปนี้

1. กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ กล่าวหาว่า.....
.....
2. กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ กล่าวหาว่า.....
.....

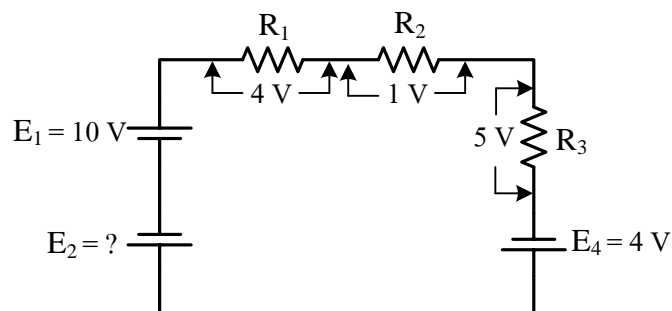
ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำ

1. จากรูปที่ ๘-10.1 จงหาค่ากระแสไฟฟ้า I_1



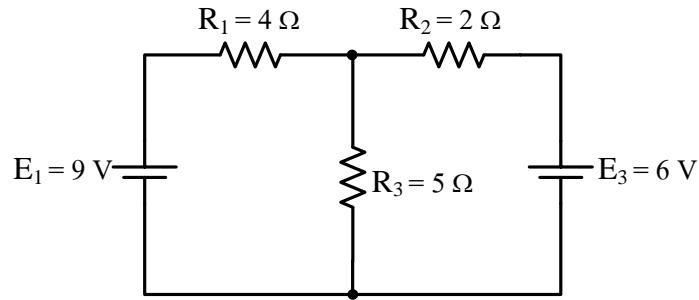
รูปที่ ๘-10.1 แบบฝึกหัดตอนที่ 2 ข้อ 1

2. จากวงจรไฟฟ้าในรูปที่ ๘-10.2 จงหาค่าแรงดันไฟฟ้าที่แหล่งจ่าย E_2



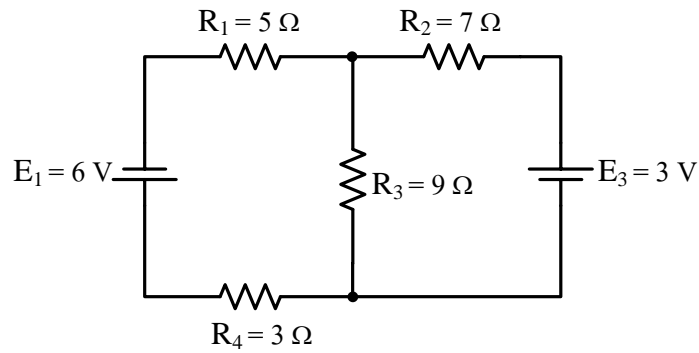
รูปที่ ๘-10.2 แบบฝึกหัดตอนที่ 2 ข้อ 2

3. จากวงจรไฟฟ้าในรูปที่ ฝ-10.3 จงหากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานทุกตัว



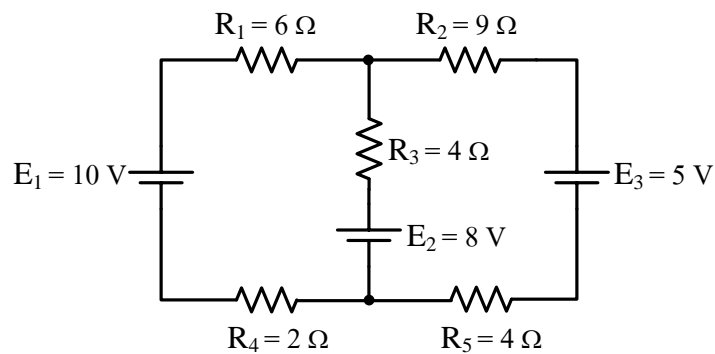
รูปที่ ฝ-10.3 แบบฝึกหัดตอนที่ 2 ข้อ 3

4. จากวงจรไฟฟ้าในรูปที่ ฝ-10.4 จงหากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานทุกตัว



รูปที่ ฝ-10.4 แบบฝึกหัดตอนที่ 2 ข้อ 4

5. จากวงจรไฟฟ้าในรูปที่ ฝ-10.5 จงหากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานทุกตัว และ แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานทุกตัว



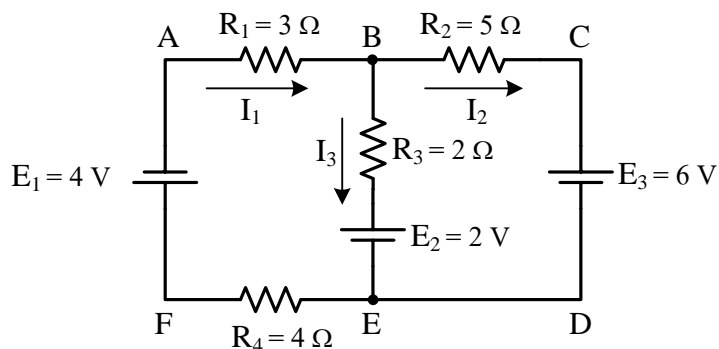
รูปที่ ฝ-10.5 แบบฝึกหัดตอนที่ 2 ข้อ 5

แบบทดสอบหลังเรียน
หน่วยที่ 10 กฎของเคอร์ชอฟฟ์

- คำชี้แจง**
1. แบบทดสอบชุดนี้มีทั้งหมด 14 ข้อ
 2. ให้ทำเครื่องหมายกากบาท (X) ทับข้อที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว
 3. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 20 นาที

1. ข้อใดคือกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์
 - ก. ผลรวมทางพีชคณิตของกระแสไฟฟ้าทั้งหมดเท่ากับกระแสไฟฟ้ารวม
 - ข. ผลรวมทางพีชคณิตของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าและไหลออกมีค่าเท่ากับศูนย์
 - ค. ผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าไม่เท่ากับผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลออก
 - ง. ไม่มีข้อถูก
2. ข้อใดคือกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์
 - ก. ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้ามีค่าไม่เท่ากับศูนย์
 - ข. ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าทั้งหมดเท่ากับแหล่งจ่าย
 - ค. ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวจะเท่ากับแรงดันไฟฟ้าที่แหล่งจ่าย
 - ง. ไม่มีข้อถูก

จากวงจรในรูปที่ ล-10.1 ใช้ตอบคำถามข้อ 3-10



รูปที่ ล-10.1 สำหรับตอบคำถามข้อที่ 3-10

3. ข้อใดคือสมการกระแสไฟฟ้าตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์

ก. $I_3 = I_1 - I_2$

ข. $I_3 = I_1 + I_2$

ค. $I_3 = I_2 - I_1$

ง. $I_3 = -I_1 + I_2$

4. สมการแรงดันไฟฟ้าตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ในลูป ABEFA คือข้อใด

ก. $9I_1 + 2I_2 = 6$

ข. $9I_1 + 2I_2 = -6$

ค. $9I_1 - 2I_2 = 6$

ง. $9I_1 - 2I_2 = -6$

5. สมการแรงดันไฟฟ้าตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ในลูป BCDEB คือข้อใด

ก. $2I_1 + 7I_2 = -4$

ข. $2I_1 + 7I_2 = 8$

ค. $-2I_1 + 7I_2 = -4$

ง. $-2I_1 + 7I_2 = 8$

6. แก้สมการหาค่า I_1 ได้เท่าใด

ก. -0.85 A

ข. -0.88 A

ค. -0.92 A

ง. -0.96 A

7. แก้สมการหาค่า I_2 ได้เท่าใด

ก. -0.62 A

ข. -0.81 A

ค. -0.94 A

ง. -1.22 A

8. แก้สมการหาค่า I_3 ได้เท่าใด

ก. -0.04 A

ข. -0.08 A

ค. -0.12 A

ง. -0.16 A

9. แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทาน R_3 คือข้อใด

ก. -0.06 V

ข. -0.08 V

ค. -1.62 V

ง. -1.70 V

10. แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทาน R_4 คือข้อใด

ก. -0.16 V

ข. -0.24 V

ค. -3.24 V

ง. -3.40 V